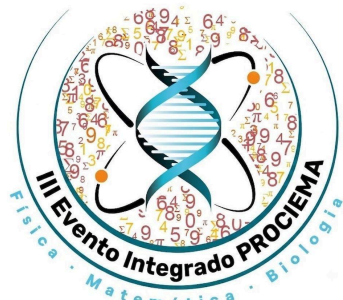




III EVENTO INTEGRADO PROCIEMA Redes da Vida, como tudo está conectado

Utilização da hidrodinâmica relativística como ferramenta para descrever a expansão do universo

Eixo Temático 5: Estudos e Pesquisas em Física

Felipe Santos Araujo¹, Ronaldo Thibes², Luizdarcy de Matos Castro³

Resumo

O Universo está em expansão acelerada, isso é um fato observacional estabelecido por supernovas e pela radiação cósmica de fundo. Para descrevermos essa dinâmica, é necessário utilizarmos a estrutura matemática da hidrodinâmica relativística, um formalismo adequado para regimes de altas velocidades próximas à da luz e com grandes efeitos gravitacionais, onde é possível descrever a dinâmica da matéria do Universo em grandes escalas sem que seja necessário acompanhar cada partícula individualmente. Esta construção então, consiste em tratar a dinâmica do conjunto de partículas como um fluido relativístico, descrevendo-o com base na Relatividade Geral, donde a partir do tensor energia-momento, um tensor simétrico, onde no referencial comoviente local é diagonal, relaciona a densidade de energia total e a pressão o sistema. A visão cinemática deste objeto é garantida pela quadrivelocidade a qual está sujeita à condição de normalização. No entanto, é necessária uma conservação deste objeto matemático ao longo do espaço tempo, assim exige-se a derivada covariante nula do mesmo, resultado das próprias equações de Einstein. Neste estudo, após uma breve revisão de conceitos relativísticos fundamentais, investigamos essa expansão acelerada contextualizada em modelos fenomenológicos atuais consistentes com a relatividade geral e possíveis modificações, sempre buscando explicar os fundamentos da natureza e suas implicações físicas.

Palavras-chave: Relatividade Geral. Cosmologia. Energia Escura.

¹ Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas, Vitória da Conquista, Bahia, Brasil

*e-mail: lipepiata@gmail.com

² Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas, Vitória da Conquista, Bahia, Brasil

*e-mail: thibes@uesb.edu.br

³ Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas, Vitória da Conquista, Bahia, Brasil

*e-mail: luizdarcy.castro@uesb.edu.br

Introdução

No ano de 1998, astrônomos observaram que o Universo não somente se expande, mas se expande aceleradamente (Sapone, 2010). Contudo, o principal agente dessa implicação se mantém um mistério. A teoria candidata mais estudada, apesar de ainda haver críticas e inconsistências físicas, é a Energia Escura, uma forma hipotética de energia que é distribuída em maior parte no Universo, $\Omega_{\Lambda} = 0.721 \pm 0.025$, ou seja, $\sim 72\%$ (Marcondes, 2016).

Para estudar os modelos cosmológicos que dizem respeito à expansão do Universo é necessário utilizarmos o formalismo oferecido pela Hidrodinâmica Relativística (HR), uma das áreas mais bem consolidadas da física moderna. A partir dela podemos descrever a dinâmica da matéria desde estados microscópicos a grandes escalas do universo como por exemplo, a Energia Escura. Esta construção gira em torno de tratar o elemento de fluido como uma coleção local de partículas tão numerosas que a dinâmica de cada partícula não pode ser acompanhada, mas grandes o suficiente para garantir a homogeneidade dentro deste elemento.

Neste trabalho apresentamos a formulação covariante da HR e discutimos sua aplicação na modelagem fenomenológica da cosmologia demonstrando as equações que descrevem o fenômeno físico da expansão acelerada do Universo.

Método

A teoria da Relatividade Geral se torna o corpo de todo esse estudo teórico, garantindo toda a base para desenvolver a hidrodinâmica em regimes de velocidades próximas à da luz e/ou campos gravitacionais extremamente fortes. A dinâmica nessa teoria pode ser expressa pela equação principal

$$G^{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T^{\mu\nu}, \quad (1)$$

sendo $G^{\mu\nu}$ o chamado tensor de Einstein, que define a geometria do Universo, G a constante gravitacional de Newton, e $T^{\mu\nu}$ o tensor energia-momento, uma grandeza matemática que unifica a densidade e o fluxo de momento e energia. No caso de fluidos perfeitos, temos

$$T^{\mu\nu} = (\rho + p)u^{\mu}u^{\nu} + pg^{\mu\nu}, \quad (2)$$

onde ρ é a densidade de energia, p é a pressão, u^{μ} a quadrivelocidade, e $g^{\mu\nu}$ a métrica. Na mecânica newtoniana, energia e momento são grandezas conservadas separadamente. Quando se entra no contexto relativístico e toma-se o tensor energia-momento, é necessário considerarmos

$$\nabla_{\mu} T^{\mu\nu} = 0, \quad (3)$$

uma conservação geral dessas duas grandezas em qualquer referencial e geometria do espaço-tempo, seja curvo ou não. Um ponto importante é que essa expressão emerge diretamente das equações de Einstein através da identidade de Bianchi (Rezzola, Zanotti, 2013).

Em estudos cosmológicos, devemos de alguma forma garantir condições de homogeneidade e isotropia para que as equações de Einstein possam ser resolvidas analiticamente. Assim é comum utilizarmos a chamada métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker ou métrica FLRW:

$$ds^2 = - dt^2 + a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1-Kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right]. \quad (4)$$

O termo $a(t)$, conhecido como fator de escala, descreve como as distâncias físicas entre dois pontos do Universo variam ao longo do tempo. A constante adimensional K caracteriza a curvatura. Consideramos ainda o componente cosmológico como um fluido perfeito e barotrópico, ou seja, sem viscosidade, sem condução de calor e com pressão dependendo unicamente e exclusivamente da densidade. Substituindo a métrica FLRW, dada pela expressão (4), na equação (2) e impondo a condição de conservação covariante (3), obtemos a equação de continuidade cosmológica:

$$\frac{d\rho}{dt} + 3H(\rho + p) = 0, \quad (5)$$

sendo $H = \frac{1}{a} \frac{da}{dt}$ a chamada constante de Hubble. Nesse caso específico, temos ainda uma equação de estado para a pressão em função da densidade, $p(\rho) = w\rho$. Em algumas literaturas, w é uma constante conhecida como “parâmetro de ignorância” e os valores que pode assumir dizem muito a respeito do objeto que está sendo estudado, (Rezzola, Zanotti, 2013):

- $w = 1$: Representa um fluido ultrarrígido com velocidade do som $c_s^2 = 1$, ou seja, o máximo valor de pressão possível;
- $w = 1/3$: Esse é o caso de um fluido de radiação isotrópico, um componente fundamental na expansão do universo;
- $w = 0$: Caso de um fluido de poeira ou pressão-zero. Representa uma boa aproximação para a chamada matéria escura fria;
- $w = -1$: Representa o caso de uma constante cosmológica, de forma que é natural associar a energia escura com a constante cosmológica real Λ .

Um gráfico da relação entre o fator de escala e w pode ser visualizado na Figura 1.

A partir dessa equação de estado, tem-se condições de energia muito bem definidas que regem toda a cosmologia moderna a qual temos hoje, condições de energia fraca, forte e dominante. A fraca diz que um observador não pode medir uma densidade negativa de energia, caso contrário, haveria violação da lei de conservação da energia. Já a forte diz que a gravidade sempre tende a ser atrativa, exceto no caso onde são necessárias forças repulsivas para que o Universo se expanda. E por fim, a dominante que diz que um observador além de não poder medir densidades negativas de energia, não medirá velocidades superiores à da luz condizente com o princípio da causalidade, (Ellis *et al*, 2012). A seguir segue uma tabela comparativa na descrição das condições de energia, equações de estado e valores para w :

Tabela 1: Descrição das condições de energia, da equação de estado e w .

Condição de energia	Condição da equação de estado	Valore de w
Energia fraca (WEC)	$\rho + p \geq 0$	$w \geq -1$
Energia forte (SEC)	$\rho + 3p \geq 0$	$w \geq -1/3$
Energia dominante (DEC)	$\rho \geq p $	$-1 \leq w \leq 1$

Fonte: Os autores, 2026.

Ao combinarmos a equação (5) com a chamada equação de Friedmann:

$$H^2 + \frac{K}{a(t)^2} = \frac{8\pi G}{3} \rho, \quad (6)$$

obtemos a expressão:

$$\left(\frac{1}{a} \frac{d^2 a}{dt^2}\right) = -\frac{4\pi G}{3} (\rho + 3p). \quad (7)$$

Note que, como foi dito anteriormente, a condição de energia forte é violada quando se tem um Universo em expansão, ou seja, $\rho + 3p \leq 0$, de forma que a partir da equação (7), $\frac{d^2 a}{dt^2} \geq 0$, mostrando assim que além de se expandir, o Universo também se expande aceleradamente.

Resultados e discussões



PROEX
Pró-Reitoria de Extensão
e Assuntos Comunitários



CCFIS
Colegiado de Física

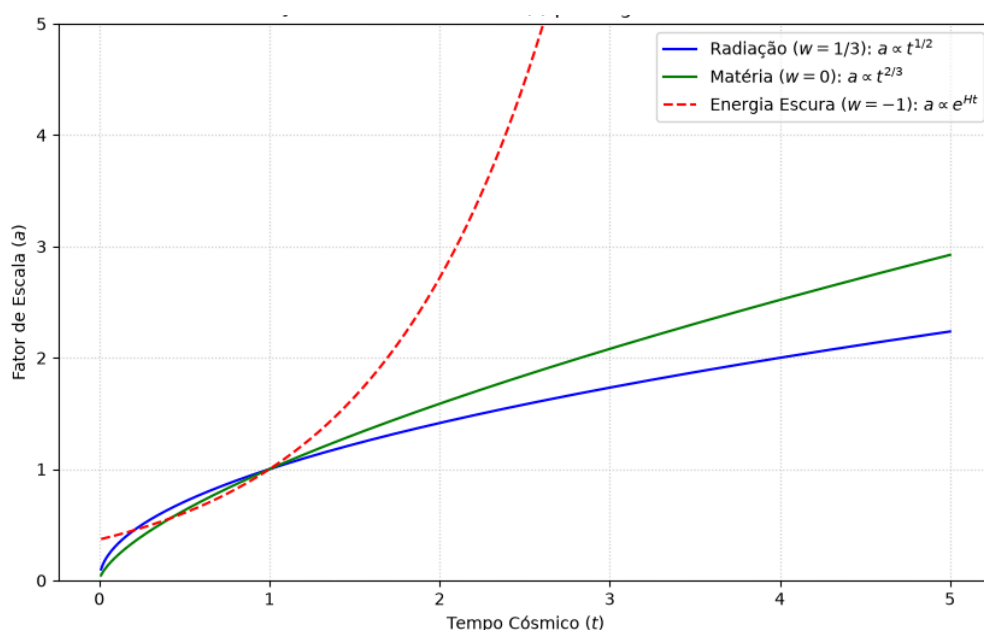
CCMAT
Colegiado de Matemática
Vitória da Conquista



A equação (7) pode ser resolvida para $a(t)$ dependendo de w , onde tem-se as Soluções por Era:

- Era da Radiação ($w = 1/3$): O fator de escala cresce como $a(t) \propto t^{1/2}$;
- Era da Matéria ($w = 0$): O crescimento é sublinear, seguindo $a(t) \propto t^{2/3}$ (Universo de Einstein–de Sitter);
- Era da Energia Escura/ Λ ($w = -1$): O crescimento é exponencial, $a(t) \propto e^{Ht}$ (Universo de de Sitter).

Figura 1: Evolução do fator de escala $a(t)$ por regime de w



Fonte: Os autores, 2026.

No início do Universo, a radiação dominava o espaço-tempo, demonstrando uma expansão desacelerada. A pressão da radiação contribui para a atração gravitacional, freando o crescimento, uma vez que a SEC é satisfeita. Juntamente, a matéria representa a poeira e o que se chama de matéria escura fria. O tempo em que a humanidade está atualmente seria a partir do ponto onde $a(t) = 1$. Note que há uma predominância da energia escura, onde a curva demonstra uma expansão acelerada, violando a SEC. É importante salientar que atualmente a densidade de energia e de matéria escura são comparáveis, o que é um problema enfrentado por teorias como a Λ CDM, o que chama de “problema da coincidência”, (Sapone, 2010).

Conclusão

Com o passar dos anos, o anseio de compreender o Universo cresce cada vez mais. Desde que Einstein publicou seus estudos sobre a Relatividade Geral, a Cosmologia pode ter um *gap* de conhecimento solidificado e teorias que ainda estão para serem validadas e outras estão para ser desenvolvidas. Com isso a Hidrodinâmica Relativística ganhou notoriedade por garantir homogeneidade no estudo de estruturas macroscópicas do cosmos. Graças ao tensor energia-momento, foi construído toda uma trilha matemática utilizando da sua conservação covariante e da métrica FLRW para chegar em equações cosmológicas que descrevem a expansão do Universo de forma sucinta, mas que ainda deixa grandes perguntas a serem respondidas.

Mesmo que abordado mais especificamente a energia escura neste trabalho, há diversos modelos concorrentes que tentam explicar os dados observacionais de nosso universo, cada um com seus pontos fortes e limitações. Além disso, há modelos como os de gravidade modificada que tentam também explicar o Universo e como se dá sua evolução ao longo do tempo cósmico. Devemos considerar em detalhe esses modelos, suas concordâncias e discordâncias, testar limites e elevá-los ao máximo rigor para enfim encontrarmos uma explicação que de fato responda às questões da expansão do Universo.

Agradecimentos

Os autores agradecem à CNPq pela concessão da bolsa de pesquisa. À UESB pelas oportunidades. E ao Laboratório de Física Teórica e Computacional pelo apoio.

Referências

ELLIS, George F. R. *et al.* H. **Relativistic Cosmology**. Cambridge University Press.

MARCONDES, Rafael José França. **Modelos de energia escura com interação em Cosmologia e testes observacionais com estruturas em grande escala**. Orientadora: Dr. Elcio Abdalla. 2016. 108f. Tese (Doutorado em Cosmologia) - Instituto de Física, Universidade de São Paulo, Bauru, 2016.

REZZOLA, Luciano. ZANOTTI, Olindo. **Relativistic Hydrodynamics**. Oxford University Press, 2013.



SAPONE, Domenico. Dark Energy in Practice. **International Journal of Modern Physics A**, v.25, n.29, p.5253-5331, nov. 2010. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/1006.5694v2>. Acesso em: 19 jul. 2026.



PROEX
Pró-Reitoria de Extensão
e Assuntos Comunitários



CCFIS
Colegiado de Física

CCMAT
Colegiado de Matemática
Vitória da Conquista

