SISTEMAS DE EQUAÇÕES NÃO LINEARES E O MÉTODO DE NEWTON

Samara Viriato Vilar Dias [1], Teles Araújo Fernandes [2]

RESUMO

Neste trabalho, estudamos o Método de Newton para determinar zeros de funções de n variáveis. O Método de Newton é conhecido por gerar uma sequência que converge para um zero de uma função com taxa superlinear ou quadrática. Vale ressaltar que, na literatura vigente, o método não garante a escolha do ponto inicial da sequência de forma que as- segure a sua convergência. Contudo, em nossa pesquisa, construímos um exemplo onde determinamos a região na qual o ponto inicial deve ser escolhido para assegurar a conver- gência da sequência de Newton para uma solução do problema. Além disso, salientamos que nosso exemplo trata de um sistema de equações não lineares, cuja resolução não é estudada na graduação. O sistema de equações não lineares abordado é dado por

$$\begin{cases} x - y = -1 \\ -x^2 + y = 1 \end{cases} . \qquad (1)$$

Encontrar a solução de (1) é equivalente a determinar um zero da função $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definida por $F(x; y) = (x - y + 1; -x^2 + y - 1)$. Aplicamos o Método de Newton para determinar um zero de F. Demonstramos que, se $p_0 = (x_0; y_0)$, onde x_0 pertence ao semiplano $\{x \in \mathbb{R} | x < 0\}$, então a sequência gerada pelo Método de Newton converge para a solução $\bar{p} = (0; 1)$ do problema mencionado. No que segue, iremos descrever formalmente o Método de Newton, utilizado para resolver o problema (1):

Algoritmo 1: Método de Newton

1 Tome um ponto inicial $x_0 \in \mathbb{R}^n$ e $k := 0$.
2 Calcule a direção de Newton $v_k \in \mathbb{R}^n$ como uma solução de $F'(x_k)v_k = -F(x_k)$.
3 $x_{k+1} := x_k + v_k$
4 $k := k + 1$ e retome para o passo 2.

Implementamos este algoritmo para constatar a eficiência numérica do Método de Newton. Foram testados 10 pontos iniciais tomados na região que obtivemos e, para cada ponto, observamos que a sequência de Newton convergiu para a solução $\bar{p} = (0; 1)$.

PALAVRAS-CHAVE: Método de Newton, Otimização, Equações não lineares.

[1]Licencianda em Matemática, UESB, Estrada do Bem Querer, KM 4, Bairro Universitário, Vitória da Conquista – BA, 45031-900.

[2]Professor Adjunto, UESB, Departamento de Ciências e Tecnologias - DCT, Avenida José Moreira Sobrinho - Jequiezinho, Jequié - BA, 45205-490.