

## UMA INTRODUÇÃO A TEORIA FUZZY COM APLICAÇÃO

**Alexandre Silva Andrade**<sup>1</sup> (Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB – [andradealexandre19@gmail.com](mailto:andradealexandre19@gmail.com))

**Alexsandra Oliveira Andrade**<sup>2</sup> (Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB – [alexandra@uesb.edu.br](mailto:alexandra@uesb.edu.br))

**Resumo:** A lógica fuzzy concede um tratamento matemático para termos imprecisos e subjetivos, pois tal teoria permite a existência de infinitos valores lógicos para uma proposição  $p$ . Em relação às equações diferenciais ordinárias, estas são comumente utilizadas para modelagem de fenômenos naturais, pois trabalham com a taxa de variação de determinadas grandezas. No entanto, pode haver dificuldades neste tipo de tratamento matemático quando não existem dados suficientes para construir um bom modelo matemático ou no caso das informações de tal ocorrência serem subjetivas ou incertas. Diante disso, a principal motivação desta pesquisa está em mostrar a viabilidade e aplicabilidade de modelos parcialmente fuzzy, apenas utilizando variáveis linguísticas as quais dependem apenas do conhecimento de um determinado especialista na temática.

**Palavras-chave:** Matemática difusa. Matemática nebulosa. *P-fuzzy*.

### AN INTRODUCTION TO FUZZY THEORY WITH APPLICATION

**Abstract:** Fuzzy logic provides a mathematical treatment for imprecise and subjective terms, as such theory allows the existence of infinite logical values for a proposition  $p$ . Ordinary differential equations are commonly used for modeling natural phenomena, as they work with the rate of change of certain quantities. However, there may be difficulties in this type of mathematical treatment when there is not enough data to build a good mathematical model or in case the information of such an occurrence is subjective or uncertain. Therefore, the main motivation of this research is to show the feasibility and applicability of partially fuzzy models, only using linguistic variables which depend only on the knowledge of a specific specialist in the subject.

### Introdução

A teoria dos conjuntos difusos, mais conhecida como teoria dos conjuntos *fuzzy* - foi desenvolvida pelo matemático Azerbajão, Lotfali A. Zadeh (1921-2017), com o intuito de estabelecer sistemas capazes de entender e expressar comportamentos incertos ou subjetivos, isto é, concedendo a possibilidade de tratar termos como “em torno de”, “aproximadamente”, dentre outros, matematicamente. Dito isto, a teoria *fuzzy*

---

<sup>1</sup> Graduando do 6º semestre do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB/Campus de Vitória da Conquista. Bolsista da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia (FAPESB),

<sup>2</sup> Professora regente da UESB. Coordenadora da iniciação científica da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia (FAPESB).

representou uma inovação no que tange a programação, tendo em vista a possibilidade de armazenar concepções vagas em computadores.

Dentre a variedade de aplicações da teoria dos conjuntos *fuzzy*, existem os sistemas chamados de parcialmente *fuzzy* (*p-fuzzy*), os quais utilizam, ao invés do uso das equações diferenciais, regras *fuzzy* para a modelagem da variação de fenômenos naturais. Tal modelo se torna imprescindível, quando não se tem dados suficientes para um estudo estatístico ou quando dependem de informações subjetivas de especialistas, pois acaba sendo muito difícil construir um modelo com equações diferenciais em tal situação.

A principal motivação desta pesquisa está em mostrar a viabilidade e aplicabilidade, além da precisão, de modelos parcialmente *fuzzy*, o qual foi utilizado no estudo do covid-19 no estado da Bahia. No mais, o aprofundamento teórico nas propriedades dos conjuntos difusos foi essencial para construir tal aplicação.

## Material e Métodos

A metodologia utilizada durante o processo de composição desta pesquisa foi de cunho qualitativo. Sob esse viés, a priori, realizamos um estudo bibliográfico sobre os temas: sistemas baseados em regras *fuzzy*, sistemas *p-fuzzy*, equações e inequações *fuzzy*, relações *fuzzy* e a Tollbox *fuzzy* do Matlab ©, objetivando alcançar uma fundamentação teórica para conceber o objetivo de pesquisa. A posteriori, fizemos a modelagem dos casos de *covid-19*, no período de 11 meses, no estado da Bahia, utilizando o software Matlab © e a teoria *fuzzy*.

## Discussão e Resultado

Inicialmente, é importante compreender que a lógica *fuzzy* permite que a verdade seja avaliada em qualquer número do intervalo  $[0,1]$ . Os conjuntos *fuzzy*, denotados por  $\bar{A}, \bar{B}, \dots, \bar{Z}$ , são estudados a partir da sua função característica. Definimos a função característica do conjunto *fuzzy*  $\bar{A}$ , utilizando o intervalo  $[0,1]$ , isto é,  $\bar{A}: \bar{X} \rightarrow [0,1]$ .

Em relação as equações diferenciais, uma equação diferencial ordinária (EDO) é uma igualdade da forma  $F(s, x_s, x'_s, \dots, x_s^{(n)}) = 0$  (1)

tal que  $x$  é uma função de variável  $s$  e  $x'_s, \dots, x_s^{(n)}$  são, respectivamente, as  $n$  primeiras derivadas da função  $x_s: A \subset \mathbb{R} \Rightarrow B \subset \mathbb{R}$ . Ademais, uma solução da EDO (1) no intervalo

$\alpha < t < \beta$  é uma função  $\phi$  com derivada de ordem  $n$  que satisfaz

$$\phi^{(n)}(t) = f(t, \phi(t), \phi'(t), \dots, \phi^{(n-1)}(t)) \quad (2)$$

para todo  $t \in ]\alpha, \beta[$ .

Em particular, trabalharemos com o modelo contínuo de Malthus (2) e sua solução pelo método das equações diferenciais separáveis.

O sistema é

$$\begin{cases} \frac{dx_s}{ds} = \alpha x_s; \\ x_0 = a; \\ x_k = b. \end{cases} \quad (3)$$

Tal que  $\alpha \in \mathbb{R}$ . A solução do sistema (3) é a função  $\phi(s) = ae^{\frac{\ln b}{k} s}$  (4).

Um Sistema Baseado em Regras Fuzzy (SBRF), tem como objetivo modelar um contexto, buscando obter uma resposta para o possível problema. Um SBRF é constituído por quatro processos: A fuzzificação, a base de regras, o método de inferência e a defuzzificação.

Em particular, os modelos chamados de parcialmente fuzzy (p-fuzzy) possibilitam a modelagem de sistemas que são modelados por equações diferenciais.

Os sistemas p-fuzzy são dados por

$$\begin{cases} x_{t+1} = F(x_t), \\ x_0 = x(t_0), \end{cases} \quad (5)$$

tal que  $F: \mathbb{R}^n \Rightarrow \mathbb{R}^n$  é da forma  $F(x) = x + \Delta x$ , onde dado a entrada  $x$ , a partir do controlador fuzzy, obtem-se a saída  $\Delta x$ .

Nesta pesquisa utiliza-se este método para modelar os casos da covid-19 por 11

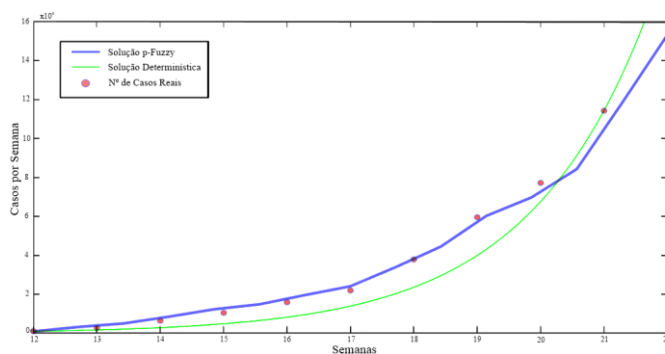
semanas no estado da Bahia.

$$\begin{cases} \frac{dx_s}{ds} = \alpha x_s; \\ x_0 = 1007; \\ x_9 = 114256. \end{cases} \quad (6)$$

tal que  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,  $\frac{dx_s}{ds}$  com solução  $x_s = 1007 \cdot e^{0,52571843678 \cdot t}$  por (4).

Em relação ao sistema p-fuzzy, foi constituído uma base de regras que a entrada é o tempo em semanas  $s$  e a variável de saída é a variação de casos na semana, denotado por  $\frac{dx}{ds}$ . Utiliza-se cinco variáveis linguísticas, cada uma com uma qualificação, do modo a seguir:

Se a propagação do vírus tem tempo ( $s$ ) muito curto (MC) então o número de casos por semana ( $\frac{dx}{ds}$ ) é muito pequeno (MP); Se a propagação do vírus tem tempo ( $s$ ) curto (C) então o número de casos por semana ( $\frac{dx}{ds}$ ) é pequeno (P); Se a propagação do vírus tem tempo ( $s$ ) médio (M) então o número de casos por semana ( $\frac{dx}{ds}$ ) é médio (M); Se a propagação do vírus tem tempo ( $s$ ) longo (A) então o número de casos por semana ( $\frac{dx}{ds}$ ) é alto (A); Se a propagação do vírus tem tempo ( $s$ ) muito longo (MA) então o número de casos por semana ( $\frac{dx}{ds}$ ) é muito alto (MA).



**FIGURA 1:** Solução fuzzy

Considera-se que  $E_1$  é o erro da solução p-fuzzy em comparação com o número de casos notificados,  $E_2$  é a solução da EDO em relação ao número de casos notificados e  $E_3$  a solução p-fuzzy em relação a solução da EDO. Assim, obtém-se que

$$E_1 = \frac{14256+13}{2 \cdot 1007} = \frac{14269}{2014} \approx 7,08(7), E_2 = \frac{42241+0}{2 \cdot 1007} = \frac{42241}{2014} \approx 20,93 (8), E_3 = \frac{40283+13}{2 \cdot 1020} = \frac{40296}{2040} \approx 19,75 (9).$$

Sob esse viés, Portanto, pode-se perceber que a solução p-fuzzy é uma boa aproximação para o número de casos notificados, tal como para a solução determinística. Portanto, conclui-se que a partir de um sistema baseado em regras fuzzy, obtém um modelo eficiente da propagação da covid-19, o que é importante na ausência de dados para estudo estatístico ou na necessidade de uma modelagem subjetiva.

## CONCLUSÕES

Podemos concluir que o sistema *p-fuzzy* foi suficiente na modelagem dos casos notificados pelo CONASS. Assim, quando não há dados suficientes para a modelagem de um fenômeno natural, ou há um número alto de variáveis subjetivas, é aconselhável o uso dos sistemas *p-fuzzy*, utilizando os conhecimentos de um especialista, possibilitando um eficiente modelo matemático.

## REFERÊNCIAS

1. Agência Brasil. Bahia **Registra Primeiro Caso do Novo Coronavírus**. Brasília. 2020. Disponível em: <https://agenciabrasil.ebc.com.br/saude/noticia/2020-03/bahia-registra-primeiro-caso-do-novo-coronavirus#> Acesso em 09 fev. 2022.
2. BOYCE, William E.; DIPRIMA, Richard C.; MEADE, Douglas B. **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno**. 11 ed. Rio de Janeiro. GEN. 2020.
3. BARROS, L. C.; BASSANEZI, R. C. **Tópicos de lógica fuzzy e biomatemática**. IMECC, Universidade Estadual de Campinas, 2010. Disponível em: [https://www.researchgate.net/profile/Rodney\\_Bassanezi/publication/256373655\\_Topicos\\_de\\_Logica\\_Fuzzy\\_e\\_Biomatematica/links/00b7d5225f8c99730a000000/Topicos-de-LogicaFuzzy-e-Biomatematica.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Rodney_Bassanezi/publication/256373655_Topicos_de_Logica_Fuzzy_e_Biomatematica/links/00b7d5225f8c99730a000000/Topicos-de-LogicaFuzzy-e-Biomatematica.pdf) Acesso em 18 fev. 2022.
4. BUCKLEY, James J; ESLAMI, Esfandiar. **An Introduction to Fuzzy Logic and Fuzzy Sets**. 2 ed. Heidelberg: Springer-Verlag, 2002.
5. FERREIRA, Thiago Fernando. **Sistemas p-Fuzzy Modificados para dinâmicas populacionais: modelagens e simulações**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Uberlândia. 2012.